1) *q-мерное распределение $\mathfrak{M}$, ортогональное к (M, F), интегрируемо;*

2) *слоение (M, F) параллельно.*

В случае, когда (M, F) — вполне геодезическое риманово слоение, из теоремы 1 вытекает теорема 2 статьи [3].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 10-01-00457-а) и ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России" на 2009 – 2013 годы (госконтракт П945).

ЛИТЕРАТУРА

1. Reinhardt B. *Foliated manifolds with bundle-like metrics* // Ann. of Math. – 1959. – V. 69 – P. 119-132.

2. Molino P. *Riemannian foliations* // Progress in Math. of Math. – Boston – Basel: Birkhauser, 1988. – V. 73. – 335 p.

3. Нарманов А. Я. *О геометрии вполне геодезических римановых слоений* // Изв. вузов. Матем. – 1999. – № 9. – С. 26-31.

А. В. Дюжева

Самарский государственный университет,

aduzheva@rambler.ru

О НЕКОТОРЫХ НЕЛОКАЛЬНЫХ ЗАДАЧАХ С ИНТЕГРАЛЬНЫМИ УСЛОВИЯМИ ПЕРВОГО РОДА

Рассмотрим в области $Q = (0, l) \times (0, T)$ уравнение

$$u_{tt} - u_{xx} + cu = f(x, t) \tag{1}$$

и поставим для него задачу: найти в Q решение уравнения (1), удовлетворяющее начальным условиям

$$u(x,0) = \phi(x), \quad u_t(x,0) = \psi(x) \tag{2}$$

и нелокальному условию

$$\int_0^1 K_i(x)u(x,t)\,dx + \int_0^t \int_0^1 K_i(x,t)u(x,t)\,dxdt = S_i(t), \tag{3}$$

где $i = \overline{1,2}$.

Нелокальные задачи с интегральными условиями для гиперболических уравнений активно изучаются в настоящее время. Исследование таких задач показали, что наличие нелокальных условий в большинстве случаев не позволяет использовать хорошо известные стандартные методы, такие, как метод Фурье и методы, опирающиеся на свойства сопряженных операторов. Поэтому вопрос разработки методов исследования разрешимости нелокальных задач остается актуальным.

Одним из эффективных методов является метод вспомогательных задач, основная идея которого заключается в применении нелокального условия к решению некоторой классической задачи. Однако реализация этого метода в случае нелокального условия I рода приводит к операторному уравнению I рода, что делает невозможным применение теории Фредгольма. Это затруднение может быть преодолено, если интегральное условие I рода удается свести к интегральному условию II рода.

Теорема 1. *Если* $K_i(x,t) \in C^2(Q)$, $H_i(x,t) \in C^1(Q)$, $K_1(l,t)K_2(l,t) - K_1(0,t)K_2(l,t) \neq 0$ *и выполняются условия согласования*

$$\int_0^l K_i(x,0)\phi(x)\,dx = 0,$$

$$\int_0^l [K_{it}(x,0) + H_i(x,0)]\phi(x)\,dx + \int_0^l K_i(x,0)\psi(x)\,dx = 0,$$

то условия (3) *эквивалентны интегральным условиям* II *рода:*

$$u_x(0,t) = \alpha_1(t)u(l,t) + \beta_1(t)u(0,t) + \\ + \int_0^l M_1(x,t)u dx + \int_0^l Q_1(x,t)u_t dx + \int_0^l R_1(x,t)f dx,$$

$$u_x(l,t) = \alpha_2(t)u(l,t) + \beta_2(t)u(0,t) + \\ + \int_0^l M_2(x,t)u dx + \int_0^l Q_1(x,t)u_t dx + \int_0^l R_2(x,t)f dx,$$

где

$$\alpha_1(t) = \frac{-(K_{1x}(l,t)K_2(l,t) - K_{2x}(l,t)K_1(l,t))}{\Delta};$$
$$\beta_1(t) = \frac{-K_{1x}(0,t)K_2(l,t) - K_{2x}(0,t)K_1(l,t)}{\Delta};$$
$$R_1(x,t) = \frac{K_1(x,t)K_2(l,t) - K_2(x,t)K_1(l,t)}{\Delta};$$
$$Q_1(x,t) = \frac{(2K_{1t} + H_1)K_2(l,t) - (2K_{1t} + H_1)K_1(l,t)}{\Delta};$$

$$M_1(x,t) = \frac{(K_{1xx} - K_{1tt} - cK_1)K_2(l,t)}{\Delta} - \\ - \frac{(K_{2xx} - K_{2tt} - cK_2)K_1(l,t)}{\Delta};$$

$$\alpha_2(t) = \frac{-(K_{1x}(l,t)K_2(0,t) - K_{2x}(l,t)K_1(0,t))}{\Delta};$$
$$\beta_2(t) = \frac{-K_{1x}(0,t)K_2(0,t) - K_{2x}(0,t)K_1(0,t)}{\Delta};$$
$$R_2(x,t) = \frac{K_1(x,t)K_2(0,t) - K_2(x,t)K_1(0,t)}{\Delta};$$
$$Q_2(x,t) = \frac{(2K_{2t} + H_2)K_2(0,t) - (2K_{2t} + H_2)K_1(0,t)}{\Delta};$$

$$M_2(x,t) = \frac{(K_{1xx} - K_{1tt} - cK_1)K_2(0,t)}{\Delta} - \frac{(K_{2xx} - K_{2tt} - cK_2)K_1(0,t)}{\Delta}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Кожанов А. И, Пулькина Л. С. *Краевые задачи с интегральным граничным условием для многомерных гиперболических уравнений* // ДАН. – 2005. – Т. 404. – № 5. – С. 589-593

2. Пулькина Л. С. *Начально-краевая задача с нелокальным граничным условием для многомерного гиперболического уравнения* // Дифференц. уравнения. – 2008. – Т. 44. – № 8. – С. 1084-1089.

3. Стригун М. В. *Об одной нелокальной задаче с интегральным граничным условием для гиперболического уравнения* // Вестник СамГУ. – 2009. – № 8 (74). – С. 78-87.